

মেট্রিক্সৰ কোটী : Rank of a Matrix

মেট্রিক্স A ত থকা সৰ্বোচ্চ মুঠ সংখ্যক বৈখিক স্বতন্ত্ৰ শাৰিসমূহক (বা স্তম্ভসমূহক) মেট্রিক্স A ৰ কোটী বোলা হয়। এটা মেট্রিক্সৰ কোটীক $r(A)$ ৰে সূচীত কৰা হয়। এটা মেট্রিক্সৰ কোটীৰমান কেতিয়াওঁ মেট্রিক্সত থকা মুঠ সংখ্যক শাৰী বা স্তম্ভতকৈ বেছি হ'ব নোৱাৰে। অৱশ্যে সঙ্কীয়মান মেট্রিক্স (Non-singular matrix) ৰহে কোটীৰ সম্পৰ্কে ধনাত্মক মান পোৱা যায়।

১. প্রথম মাত্ৰা মেট্রিক্সৰ কোটী : Rank of first order matrix

উদাহৰণ :

- | | | |
|------------------|-------------------|-----------------------|
| i) $A = [a],$ | $ A = a \neq 0$ | $\therefore r(A) = 1$ |
| ii) $A = [0],$ | $ A = 0$ | $\therefore r(A) = 0$ |
| iii) $A = [10],$ | $ A = 10 \neq 0$ | $\therefore r(A) = 1$ |

২. দ্বিতীয় মাত্ৰা মেট্রিক্সৰ কোটী : Rank of second order matrix

উদাহৰণ :

- i) $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix},$ $r(A) = ?$

সমাধান :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad |A| = 8 - 3 = 5 \neq 0 \quad \therefore r(A) = 2$$

(যিহেতু $|A| = 5$, গতিকে উল্লেখিত মেট্রিক্সটো এটা Non-singular matrix ব
দ্বিতীয় মাত্রা।)

$$\text{ii) } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad r(A) = ?$$

সমাধান :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}, \quad |A| = 16 - 16 = 0$$

যিহেতু $|A| = 0$, গতিকে উল্লেখিত মেট্রিক্সটো এটা Singular matrix। এতিয়া উক্ত
মেট্রিক্সের কোটির মান নির্ধারণের বাবে মেট্রিক্সটোক প্রথম মাত্রার উপমেট্রিক্স লৈ রূপান্তর করা
হ'ল। অর্থাৎ -

$$A_1 = [2], \quad |A_1| = 2 \neq 0 \quad \therefore r(A) = 1$$

(যিহেতু $|A_1| = 2$, গতিকে উল্লেখিত মেট্রিক্সটো এটা Non-singular matrix ব
প্রথম মাত্রা।)

$$\text{iii) } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}, \quad r(A) = ?$$

সমাধান : যিহেতু উক্ত মেট্রিক্সটো বর্গ মেট্রিক্স নয়, গতিকে উক্ত মেট্রিক্সের সাপেক্ষে
নির্ণায়ক সংজ্ঞা দিব নোরাবি। গতিকে প্রক্রিয়াটো সবলীকরণের বাবে, উক্ত মেট্রিক্সটোক দ্বিতীয়
মাত্রার উপমেট্রিক্সলৈ রূপান্তর করা হ'ল। যেনে :-

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad |A_1| = 8 - 9 = -1 \neq 0 \quad \therefore r(A) = 2$$

(যিহেতু $|A_1| = -1$, গতিকে উল্লেখিত মেট্রিক্সটো এটা Non-singular matrix ব
দ্বিতীয় মাত্রা।)

৩. তৃতীয় মাত্রা মেট্রিক্সের কোটি : Rank of third order matrix

উদাহরণ :

$$\text{i) } A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad r(A) = ?$$

সমাধান :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}, \quad |A| = 0 \quad [\therefore C_1 = C_3]$$

প্রাথমিক বীজগণিত

যিহেতু $|A| = 0$, গতিকে A- মেট্রিক্সটো এটা Singular matrix হ'ব। সেয়েহে A- মেট্রিক্সক দ্বিতীয় মাত্রা উপ-মেট্রিক্সলৈ রূপান্তৰ কৰা হৈছে।

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}, \quad |A_1| = 8 - 2 = 6 \neq 0, \quad \therefore r(A) = 2$$

(যিহেতু $|A_1| = 6$, গতিকে উল্লেখিত মেট্রিক্সটো এটা Non-singular matrix ৰ দ্বিতীয় মাত্রা।)

$$\text{ii) } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad r(A) = ?$$

সমাধান :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad |A| = 0, \quad \therefore r(A) = 0$$

যিহেতু $|A| = 0$, গতিকে উক্ত মেট্রিক্সটো এটা Singular matrix হ'ব।

$$\text{iii) } A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad r(A) = ?$$

সমাধান : যিহেতু A- মেট্রিক্সটো এটা বৰ্গ মেট্রিক্স নহয়, গতিকে ইয়াৰ সাপেক্ষে নিৰ্ণায়কৰ সংজ্ঞা দিব নোৱাৰি। সেয়েহে ইয়াক তলত উল্লেখ কৰা তৃতীয় মাত্রাৰ উপ-মেট্রিক্স লৈ রূপান্তৰ কৰা হ'ল-

$$\text{a) } A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}, \quad |A_1| = 2(8 - 9) - 3(4 - 3) + 5(3 - 2) = 0$$

$$\text{b) } A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 5 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad |A_2| = 3(15 - 8) - 5(10 - 6) + 1(8 - 9) = 0$$

$$\text{c) } A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 4 & 5 \end{bmatrix}, \quad |A_3| = 2(15 - 8) - 5(5 - 2) + 1(4 - 3) = 0$$

যিহেতু তৃতীয় মাত্রা উপ-মেট্রিক্সসমূহৰ নিৰ্ণায়কৰ মানসমূহ শূন্য (0), গতিকে উক্ত মেট্রিক্সক দ্বিতীয় মাত্রা মেট্রিক্সলৈ রূপান্তৰ কৰা হ'ল।

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad |A_{11}| = 4 - 3 = 1 \neq 0, \quad \therefore r(A) = 2$$

(যিহেতু $|A_{11}| = 1$, গতিকে উল্লেখিত মেট্রিক্সটো এটা Non-singular matrix ৰ দ্বিতীয় মাত্রা।)